

Wat de schildpad zei tegen Achilles: Lewis Carrolls gevolgtrekkingsparadox.

Bas Savenije

bsavenije@live.nl

Gepubliceerd in *Phlizz, Online Magazine van het Lewis Carroll Genootschap*, december 2020 (<https://lewiscarrollgenootschap.nl/phlizz>)

Inleiding

Dit is het zesde artikel in een reeks over de logica van Lewis Carroll¹. Na de eerste twee inleidende artikelen, beschreven de derde en de vierde een tweetal methoden die Carroll had ontwikkeld om de conclusies van syllogismen en sorites te bepalen; beide methoden zijn onderdeel van zijn symbolische logica en hebben een sterk visueel karakter. Het onderwerp van het vijfde en zesde artikel is een tweetal paradoxen² die Carroll in respectievelijk 1894 en 1895 publiceerde in het tijdschrift *Mind*:

- *A Logical Paradox* (1894),
- *What the Tortoise Said to Achilles* (1895).

Velen beschouwen deze paradoxen als Carrolls meest waardevolle bijdragen aan de logica en ze zijn veelvuldig besproken en bediscussieerd door logici en filosofen. Carroll gebruikte zijn pseudoniem bij deze publicaties en vanwege hun stijl zijn ze ook als literair werk te zien. Maar beide waren wel degelijk bedoeld als een serieuze bijdrage aan de logica.

Het thema van de paradoxen betreft *hypotheticals*, hypothetische of voorwaardelijke uitspraken in de vorm 'als dan'. Uit zijn dagboek aantekening wordt duidelijk dat Carroll in de jaren '90 werkte aan een theorie over voorwaardelijke uitspraken, die vermoedelijk bedoeld was voor een van de latere, niet door hem voltooid delen van *Symbolic Logic*. In zijn teruggevonden manuscripten is daar echter niets van aangetroffen.

Mijn vorige artikel ging over *A Logical Paradox*, beter bekend als de *Barbershop Paradox*. Het onderwerp van dit artikel is wat wel Carrolls *Paradox of Inference* ('gevolgtrekkingsparadox') wordt genoemd³. Deze is algemeen bekend onder de titel *What the Tortoise Said to Achilles*, die veelal, ook in het vervolg van dit artikel, wordt afgekort tot *WTSA*. In tegenstelling tot de *Barbershop Paradox* is er weinig bekend over de totstandkoming van *WTSA*. Alhoewel het de *Barbershop Paradox* was die Carroll bekendheid gaf bij zijn tijdgenoten, wordt hij tegenwoordig vooral door *WTSA* herinnerd als logicus.

De publicatie van *WTSA* riep geen onmiddellijke reacties op, hetgeen verrassend is in het licht van de publiciteit rond zijn eerdere paradox. Pas in het begin van de 20^e eeuw kwamen de reacties van logici en in feite gaat het debat nog steeds door: *WTSA* wordt beschouwd als een klassieke tekst in de filosofie van de logica⁴. Maar ondanks het grote aantal artikelen en boeken waarin aandacht wordt besteed aan deze paradox, is er geen algemeen geaccepteerde oplossing⁵. Ook Carroll zelf gaf geen oplossing.

Achilles en de schildpad

De titel van Carrolls paradox is een verwijzing naar een van de paradoxen van Zeno en omdat de relatie tussen beide paradoxen relevant is, ga ik nu eerst in op Zeno's paradox. Zeno was een leerling van Parmenides; beiden leefden in de 5^e eeuw v. Chr. en behoorden tot de Griekse filosofische school van Elea.

Volgens Parmenides bereiken we het ware weten door zuiver redelijke kennis. Die kennis leert dat er alleen *Zijn* bestaat en dat er geen *niet-zijnde* kan bestaan. Alleen het *Zijnde* is, het *niet-zijnde* is niet en kan ook niet worden gedacht. Onder *Zijnde* wordt datgene verstaan dat de ruimte vult; de mogelijkheid van een lege ruimte wordt dus ontkend.

Volgens Parmenides kan er geen beweging en geen 'worden' bestaan, maar alleen een *Zijn* dat onveranderlijk blijft. Beweging veronderstelt immers altijd een *niet-zijnde*, want als een lichaam zich naar een bepaalde plaats wil bewegen, dan moet daar tevoren lege ruimte en dus niets geweest zijn. Hetzelfde geldt voor ontwikkeling, want wat nog moet worden, 'is' tevoren niet. De zintuigen die ons een wereld van voortdurend worden en vergaan voorspiegelen, bedriegen ons; ze zijn de bron van alle dwaling.

De algemene opvatting in de geschiedenis van de filosofie is, dat Zeno Parmenides' opvattingen verdedigde en vooral de stelling dat er geen beweging bestaat. Hij deed dat in de vorm van wat wij nu paradoxen noemen. Met zijn paradoxen leidt hij in feite uit het bestaan van beweging een absurditeit af.

Barnes daarentegen beweert dat Zeno geen systematisch denker was, noch een verdediger van Parmenides⁶. Parmenides werd in zijn tijd wel eens bespot om zijn theorie; dat is een lot dat wel meer metafysische denkers ten deel valt. Zeno maakte de spotters weer belachelijk, maar was daarbij niet serieus bezig om Parmenides' opvattingen te verdedigen. Wel wilde hij, aldus Barnes, provoceren door de ongerijmdheid van de tegenovergestelde positie aan te tonen.

Hoe dan ook: Zeno's paradox van Achilles en de schildpad heeft als strekking dat het bestaan van beweging tot een absurditeit leidt. Hij gaat als volgt⁷.

Er vindt een hardloopwedstrijd plaats tussen Achilles, die bekend staat om zijn snelheid, en een spreekwoordelijk trage schildpad. Om begrijpelijke redenen vraagt de schildpad om een voorsprong bij de start en die wordt hem gegund. Beiden gaan van start. Als Achilles even later het startpunt van de schildpad bereikt heeft, is deze natuurlijk al vertrokken en een stukje verder. Wanneer Achilles dat punt bereikt, is de schildpad alweer een eindje verder. Enzovoort. De conclusie is dat Achilles de schildpad nooit zal inhalen.

Uiteraard kende Lewis Carroll Zeno's paradox en hij gaf er zelf ook een beschrijving van⁸. Hij zocht een wiskundige oplossing die zou aantonen dat Achilles de schildpad wel degelijk zou inhalen. Zijn conclusie was dat er sprake is van een wiskundige drogreden gebaseerd op de onjuiste aanname dat een oneindig aantal optellingen moet leiden tot een oneindige som⁹.

What the Tortoise Said to Achilles.

In lijn met Carrolls analyse van Zeno's paradox begint *WTSA* als volgt: "Achilles had de schildpad ingehaald en had zich comfortabel genesteld op zijn rug".

Carrolls paradox gaat als volgt verder.

De schildpad legt Achilles een redenering voor uit de Euclidische meetkunde:

- (A) Dingen die gelijk zijn aan hetzelfde, zijn aan elkaar gelijk.
- (B) De twee zijden van deze driehoek zijn dingen die gelijk zijn aan hetzelfde.
- (Z) De twee zijden van deze driehoek zijn aan elkaar gelijk.

De schildpad vraagt Achilles of hij het er mee eens is dat Z logisch volgt uit A en B , dus dat iedereen die A en B als waar accepteert, Z als waar *moet* accepteren.

Achilles stemt hier volmondig mee in.

Maar, suggereert de schildpad, er zouden mensen zouden kunnen zijn die weigeren de conclusie Z te aanvaarden. Dat kan om twee redenen:

- men kan ontkennen dat de premissen waar zijn, of
- men kan de waarheid van de premissen aanvaarden, maar de geldigheid ontkennen van de gevolgtrekking die tot de conclusie leidt.

De schildpad vraagt Achilles zich nu voor te stellen dat bij de schildpad het tweede het geval is en daagt Achilles uit hem te dwingen om Z op logische gronden te accepteren.

We moeten ons de schildpad dus voorstellen als iemand die A en B als waar aanvaardt, maar de volgende voorwaardelijke uitspraak ontkent:

- (C) Als A en B waar zijn, moet Z waar zijn.

Achilles laat zich door de schildpad verleiden tot de volgende oplossing: hij kan C gewoon als premisse opnemen in de redenering. Men krijgt dan:

- (A) Dingen die gelijk zijn aan hetzelfde, zijn aan elkaar gelijk.
- (B) De twee zijden van deze driehoek zijn dingen die gelijk zijn aan hetzelfde.
- (C) Als A en B waar zijn, moet Z waar zijn.
- (Z) De twee zijden van deze driehoek zijn aan elkaar gelijk.

De schildpad reactie is echter dat Achilles hiermee weer een nieuwe stelling heeft geïntroduceerd, namelijk:

- (D) Als A en B en C waar zijn, dan is Z waar.

Zelfs als de schildpad ertoe gebracht kan worden C als waar te accepteren en als een premisse mee te nemen in een nieuwe redenering met A , B én C als premissen en Z als conclusie, dan kan de twijfelende schildpad nog steeds weigeren om Z te accepteren.

Want hij zou dan kunnen weigeren de nieuwe stelling D te accepteren.

Natuurlijk kan Achilles nu D ook opnemen in de premissen, in de hoop de schildpad te dwingen Z te accepteren. Maar dan zou hij wederom een nieuwe stelling introduceren, namelijk:

- (E) Als A en B , C en D waar zijn, dan moet Z waar zijn.

Enzovoorts, enzovoorts: de schildpad kan tot in het oneindige de noodzaak claimen van nieuwe voorwaardelijke uitspraken.

Carroll voegt zelf geen moraal aan zijn verhaal toe maar het is duidelijk dat Achilles' handelswijze niet kan deugen omdat hij leidt tot een oneindige regressie.

Ter verduidelijking een ander voorbeeld, ontleend aan de correspondentie tussen Carroll en de uitgever van *Mind*, G.F. Stout, over de kern van Carrolls artikel¹⁰.

Al ik de volgende uitspraak onderschrijf:

(1) Alle mensen zijn sterfelijk, en Socrates is een mens
maar niet de geldigheid van de gevolgtrekking:

(2) Als alle mensen sterfelijk zijn en als Socrates een mens is, dan is Socrates
sterfelijk,

dan onderschrijf ik *niet*

(3) Socrates is sterfelijk.

Daarom geldt: om (3) te onderschrijven, moet ik (1) én (2) onderschrijven.

Dit kunnen we als volgt weergeven:

(4) Als (1) en (2) waar zijn, dan is (3) waar.

Maar stel nu dat ik de geldigheid van (4) ontken? Stel dat ik zeg: "Ik onderschrijf (1) en (2), maar niet dat dit mij verplicht ook (3) te accepteren"?

Mijn acceptatie van (3) moet dan wachten tot ik overtuigd ben van de geldigheid van deze gevolgtrekking, d.w.z. om (3) te accepteren, moet ik (1), (2) en (4) accepteren.

Maar hiermee is weer een nieuwe stelling geïntroduceerd, en zo ontstaat een oneindige regressie¹¹.

Ik kom nog even terug op de relatie tussen de paradoxen van Zeno en Carroll. In Zeno's paradox komt Achilles steeds dichterbij totdat hij (in ieder geval volgens Carroll) de schildpad inhaalt. Je zou kunnen zeggen dat de schildpad het onderspit delft. In Carrolls paradox daarentegen heeft Achilles een passieve rol, hij volgt de uitdagingen van de schildpad. De schildpad duwt Achilles met elke stap verder weg van de conclusie. Je zou het kunnen zien als een revanche van de schildpad. De titel geeft in feite al aan dat de schildpad leidend is¹².

Ivor Grattan-Guinness constateert dat we in Zeno's paradox een oneindig aantal stappen hebben die (zo wordt beweerd) in een eindige hoeveelheid tijd kunnen worden afgelegd. In *WTSA* is sprake van het omgekeerde van Zeno's paradox: drie stappen die (zo lijkt het) een oneindige hoeveelheid tijd vragen¹³.

Alhoewel Carroll in zijn artikel in *Mind* geen oplossing van de paradox geeft, beschrijft hij in zijn correspondentie met G. F. Stout, de uitgever van *Mind*, wel welke bedoeling hij met de paradox had. Het ging hem expliciet om de implicatie-relatie tussen de *antecedens* (de passage 'als') en de *consequens* (de passage 'dan') van een voorwaardelijke uitspraak: hij ziet deze als een inhoudelijke relatie en niet als een relatie op basis van waarheidswaarde¹⁴. Gegeven de uitspraak 'Als *A* dan *B*', beweert Carroll dat de geldigheid van de gevolgtrekking niet afhangt van de waarheidswaarde van *A* of *B* maar van de betekenis van *A* en *B* zelf. Deze invalshoek voor *WTSA* is in lijn met het werk van sommige van zijn tijdgenoten (W.E. Johnson, E.C.C. Jones and Hugh MacColl)¹⁵.

Het is overigens nog de vraag of Carroll de eerste was die de paradox waar *WTSA* om draait, aan de orde stelde¹⁶.

Bij de ontstaansgeschiedenis van de *Barbershop Paradox* kwamen we John Cook Wilson al tegen. Hij was hoogleraar logica in Oxford in de periode 1889-1915 en had een stevige discussie met Carroll over de *Barbershop Paradox*. In Cook Wilsons aantekeningen, die postuum zijn gepubliceerd in 1926, vinden we een passage die veel overeenkomst vertoont met de paradox van *WTSA*, in de zin dat deze een vergelijkbare oneindige regressie van argumenten bevat. Het is onmogelijk gebleken om de datum vast te stellen

van de betreffende tekst van Cook Wilson. Het is dus ook onduidelijk of een van de twee (Carroll of Cook Wilson) de paradox van de ander heeft overgenomen. Uit de correspondentie tussen Carroll en Cook Wilson wordt wel duidelijk dat Carroll uiterlijk in 1896 was geattendeerd op Cook Wilsons tekst, zij het niet in relatie tot *W.T.S.A.*; het is niet uit te sluiten dat hij deze al vóór 1896 kende.

Ook Bernhard Bolzano beschreef in 1837 een vergelijkbaar argument met oneindige regressie. Er is echter geen reden aan te nemen dat Carroll of Cook Wilson op de hoogte was van Bolzano's werk. Volgens Mathieu Marion zouden we daarom eigenlijk moeten spreken over de 'Bolzano-Carroll-Wilson paradox'.

Zowel Cook Wilson als Bolzano geven een verklaring voor de paradox: een gevolgtrekking die gebaseerd is op een gegeven regel, kan deze regel niet als een van de premissen bevatten. Marion noemt dit het "*Bolzano-Wilson Point*"¹⁷.

Reacties

Het genoemde *Bolzano-Wilson Point* wordt in het algemeen door logici geaccepteerd als "*the point of the story*"¹⁸. Veel filosofen en logici hebben een nadere analyse of reactie gegeven, zij het niet tijdens Carrolls leven¹⁹.

De belangrijkste reacties geef ik hieronder weer.

Bertrand Russell geeft een analyse die is gebaseerd op een onderscheid tussen een implicatie (*implication*) en een gevolgtrekking (*inference*). Om dit uit te leggen gebruikt Russell de term 'bewering' (*assertion*).

'*A* impliceert '*B*' is de bewering van een implicatie, maar niet een bewering van *A* of van *B*.

'*P* daarom *Q*' is een gevolgtrekking en het woord 'daarom' geeft een relatie weer tussen twee beweerde uitspraken. Bij het gebruik van de term 'daarom' kan de premisse ook achterwege blijven en de conclusie zelf als bewering worden gedaan.

Volgens Russell is dit de eerste stap van de oplossing van Carrolls puzzel.

In moderne logische notatie krijg je dan de volgende regel, waarbij '→' staat voor een implicatie, '⊢' voor een gevolgtrekking en de komma tussen *A* en *A* → *B* voor 'en':

$$A, A \rightarrow B \vdash B$$

Ofwel: als we beweren dat *A* het geval is én dat *A* *B* impliceert, dan beweren we dat daarom *B* het geval is.

We kunnen dit nu toepassen op de dialoog tussen de schildpad en Achilles: de manoeuvre van Achilles om een extra premisse toe te voegen komt er dan op neer dat de bovenstaande gevolgtrekking als implicatie wordt toegevoegd bij de premissen:

$$A, A \rightarrow B, (A \& (A \rightarrow B) \rightarrow B) \vdash B.$$

De weigering van de schildpad om nu *B* te accepteren komt er op neer dat hij de gevolgtrekking (⊢ *B*) aanziet voor een implicatie, een verwarring van '⊢' en '→', m.a.w. '⊢' wordt aangezien voor '→'²⁰.

Het door Russell gehanteerde onderscheid tussen een implicatie en een gevolgtrekking hangt samen met het onderscheid tussen taal en metataal: een metataal wordt gebruikt

voor het beschrijven van een (object)taal. Dit onderscheid werd in de logica ten tijde van Carroll niet gemaakt.

Gilbert Ryle sluit hierbij aan met de volgende analyse. Een gevolgtrekking is een actie en zoals elke actie kan deze in overeenstemming zijn met een regel of een regel schenden. Als kennis hierbij een rol speelt, betreft dat 'weten hoe' en niet 'weten dat'; het gaat niet om kennis van de inhoud van uitspraken.

Het maken van gevolgtrekkingen kan in overeenstemming zijn met regels zonder dat die regels expliciet worden gemaakt of als logische waarheid worden erkend; men hoeft de regel die men volgt bij de gevolgtrekking, niet expliciet in gedachte te hebben. De regel kan worden gezien als een 'gevolgtrekkingslicentie' (*inference license*) en het is dankzij dit soort licenties dat wetenschappelijke gevolgtrekkingen überhaupt kunnen plaatsvinden²¹.

Overigens vindt niet iedereen dat de schildpad per se ongelijk had met zijn weigering de conclusie *Z* te aanvaarden.

Met de suggestie de logische regel op te nemen als premisse, kregen we in feite een redenering die we als volgt uiteen kunnen rafelen:

- Het is algemeen aanvaard dat *A*.
- Het is algemeen aanvaard dat *B*.
- Het is algemeen aanvaard dat als *A* en *B*, dan noodzakelijkerwijs *Z*.
- Het is algemeen aanvaard dat een aanvaarde conclusie van een aanvaarde voorwaardelijke uitspraak met aanvaarde premissen, moet worden aanvaard.
- Daarom het is algemeen aanvaard dat *Z* moet worden aanvaard.

Stel nu dat je, wanneer je deze conclusie onder ogen krijgt, je plotseling realiseert dat hij onvereenigbaar is met een van je andere overtuigingen, *Y*. Je hebt dan meerdere opties. Je kunt natuurlijk *Z* aanvaarden en *Y* verwerpen. Maar je kunt ook vasthouden aan *Y*, daarbij *Z* verwerpen en niet langer vinden dat we te maken hebben met een degelijke redenering. Je kunt ook vasthouden aan de redenering en vasthouden aan *Y* maar één of meer premissen opgeven. Dit is de visie van Gilbert Harman: zelfs keiharde argumenten kunnen niet op logische gronden de aanvaarding van een conclusie afdwingen²².

Bij deze en ook bij veel andere analyses heeft de genoemde invalshoek van Carroll zelf maar weinig aandacht gekregen. Dat kan te maken hebben met het feit dat Carrolls tekst weinig aanknopingspunten biedt voor zijn eigen invalshoek, maar wellicht vond men wat er bekend is over die invalshoek, maar weinig ambitieus.

Dit is de achtergrond van Bartleys reactie op de bovengenoemde analyses. Bartley gelooft niet dat er één heldere interpretatie van Carrolls artikel is. Hij wijst er op dat Carroll aandacht wilde geven aan problemen die hij tegenkwam maar die hij niet bevredigend kon verklaren. Dat hij daar niet in slaagde, lag voor een groot deel aan de beperkingen van de logische theorie die hem ter beschikking stond, waarbij het door Alfred Tarski in 1933 geïntroduceerde onderscheid tussen taal en metataal ontbrak. In lijn hiermee ontkent Bartley ook dat Carrolls artikel relevant zou zijn voor problemen bij wetenschappelijke verklaringen²³.

De algemene les die volgens Bartley uit *W.T.S.A.* getrokken zou kunnen worden sluit aan bij het *Bolzano-Wilson Point*: een gevolgtrekking die gebaseerd is op een gegeven regel, kan deze regel niet als een van de premissen bevatten.

Zoals hierboven al opgemerkt: de overeenstemming onder filosofen en logici over de moraal van *W TSA* beperkt zich tot dit punt.

Impact

Bij de analyses van *W TSA* komen twee aspecten van de paradox aan de orde die soms ook door elkaar lopen:

- wat bedoelde Carroll zelf met *W TSA*?
- welke les kunnen we – los van Carrolls bedoeling - trekken uit de paradox?

In de literatuur over *W TSA* vinden we relatief weinig over de problemen die voor Carroll zelf aanleiding waren om zijn artikel te schrijven, noch over zijn aanzetten tot een theorie over voorwaardelijke uitspraken. Ook wordt maar beperkt rekening gehouden met het feit dat Carroll een “Victoriaanse logicus” was en dus de vraag welke conclusies getrokken kunnen worden uit een gegeven set premissen zeker zo belangrijk vond als de vraag naar de geldigheid van de gevolgtrekking²⁴.

Toch is het vooral door *W TSA* dat Carroll als logicus wordt herinnerd. De reden daarvoor is niet zozeer de belangstelling voor Carrolls bedoelingen met zijn paradox, maar de bredere logische vraagstelling en filosofische relevantie van het probleem dat Carroll ermee opwerpt. Veel filosofen worden erdoor getriiggerd omdat ons begrip van gevolgtrekking, maar ook breder ons begrip van wat een (formeel dan wel informeel) argument is, ingrijpt op onze kennistheorie en, bijvoorbeeld ook, onze ethiek²⁵.

We kunnen daarmee constateren dat Carrolls essay veel subtieler en veelzijdiger is dan het op het eerste oog lijkt. De invalshoek van Carroll zelf was in vergelijking daarmee inderdaad relatief beperkt, maar dat hangt in belangrijke mate samen met de stand van de logica in zijn tijd.

Richard Braithwaite heeft Lewis Carroll ten onrechte gekarakteriseerd als een “onbewuste logicus”. Maar er zit wel degelijk een kern van waarheid in zijn opmerking dat “in both papers in *Mind* Lewis Carroll was ploughing deeper than he knew”²⁶.

Voetnoten

¹ Alle vijf eerdere artikelen zijn verschenen in *Phlizz*, het online magazine van het Lewis Carroll Genootschap: <https://lewiscarrollgenootschap.nl/phlizz>.

² Een korte introductie m.b.t. het begrip ‘paradox’ is te vinden in het vorige artikel, ‘De *Barbershop Paradox* van Lewis Carroll’.

³ In 2016 heeft *The Carrollian, The Lewis Carroll Journal* een themanummer (No. 28) uitgebracht over ‘What the Tortoise Said to Achilles’. De inhoud van dit nummer vormt de basis van mijn artikel.

⁴ *W TSA* is ook opgenomen in het populaire boek *Gödel, Escher, Bach. An Eternal Golden Braid* van Douglas Hofstadter (New York Vintage Books, 1979).

⁵ Abeles & Moktefi 2016a.

⁶ Zie Barnes 2000, pp.235-236.

⁷ Zie bijvoorbeeld Rescher 2001.

⁸ Zie Bartley 1977, p.426.

-
- ⁹ Zie Bartley 1977, p.438-439.
- ¹⁰ Zie Abeles & Moktefi (eds.) 2016b.
- ¹¹ Zoals Carroll zelf zegt: "I think you will find that it goes on like 'the house that Jack built'", een Engels kinderliedje met een cumulatief verhaal [Bartley 1977, p.472].
- ¹² Coumet 1966, p.281.
- ¹³ Grattan-Guinness 2009, pp.167-168; Abeles 2012, p. 529.
- ¹⁴ "It turns on the fact that, in a Hypothetical, the *truth* of the Protasis, the *truth* of the Apodosis, and the *validity of the sequence* are 3 distinct Propositions." [Bartley 1977, p.472]
- ¹⁵ Moktefi 2008.
- ¹⁶ Zie hiervoor Marion 2016, pp.51-55.
- ¹⁷ Marion 2016, p.54.
- ¹⁸ Moktefi 2008, p.494.
- ¹⁹ Moktefi [2008, p.494] geeft een (niet volledige) opsomming van reacties naast degenen die in deze paragraaf worden genoemd: W.J. Rees (1951), G. Brown (1954), J.F. Thompson (1960), W.W. Bartley III (1962), John Woods (1965), William A. Wisdom (1974), Barry Stroud (1979), Simon Blackburn (1995), Pascal Engel (1998).
- ²⁰ Russell 1903, Marion 2016.
- ²¹ Ryle 1971, pp.212-225, 234-249.
- ²² Harman 1970, p.43.
- ²³ Bartley 1977, pp. 466 e.v.
- ²⁴ Zie Englebretsen 2016.
- ²⁵ Engel 2016, p.105.
- ²⁶ Braithwaite 1932, p.176.

Literatuur

- Abeles, Francine, 2012, 'Toward a Visual Proof System: Lewis Carroll's Method of Trees', *Logica Universalis*, Vol. 6, pp.521-534.
- Abeles, Francine & Amirouche Moktefi, 2016a, 'What the Tortoise Said to Achilles: Introduction', *The Carrollian, The Lewis Carroll Journal*, No. 28, pp.2-5.
- Abeles, Francine & Amirouche Moktefi (eds.), 2016b, 'Correspondence with G.F. Stout, the Editor of *Mind*', *The Carrollian, The Lewis Carroll Journal*, No. 28, pp.9-13.
- Jonathan Barnes, 2000, *The Presocratic Philosophers*, London and New York: Routledge.
- Bartley, William Warren III (ed.), 1977, *Lewis Carroll's Symbolic Logic*, New York: C.N. Potter.
- Braithwaite, Richard B., 1932, 'Lewis Carroll as Logician', *The Mathematical Gazette*, Vol. 16, No. 219, pp.174-178.
- Carroll, Lewis, 1894, 'A Logical Paradox', *Mind*, Vol. 3, No. 11, pp.436-438.
- Carroll, Lewis, 1896, 'What the Tortoise said to Achilles', *Mind*, Vol. 4, No. 14, pp.278-280.
- Coumet, E., 1966, 'Lewis Carroll Logicien', in Lewis Carroll, *Logique sans Peine*, Paris: Hermann, pp.255-288.
- Engel, Pascal, 2016, 'The Philosophical Significance of Carroll's Regress', *The Carrollian, The Lewis Carroll Journal*, No. 28, pp.84-111.
- Englebretsen, George, 2016, 'What Did Lewis Carroll Think the Tortoise Said to Achilles?', *The Carrollian, The Lewis Carroll Journal*, No. 28, pp.76-83.

-
- Gabbay, Dov M. & John Woods (eds.), 2008, *Handbook of the History of Logic, Volume 4, British Logic in the Nineteenth Century*, Amsterdam: North-Holland.
- Grattan-Guinness, Ivor, 2009, *Routes of Learning. Highways, Pathways, and Byways in the History of Mathematics*, Baltimore: Johns Hopkins University Press.
- Harman, Gilbert 1979, 'Induction: a Discussion of the Relevance of the Theory of Knowledge to the Theory of Induction', in Swain (ed.) 1970, pp.83-99.
- Marion, Mathieu, 2016, 'Lessons from Lewis Carroll's Paradox of Inference', *The Carrollian, The Lewis Carroll Journal*, No. 28, pp.48-75.
- Moktefi, Amirouche, 2008, 'Lewis Carroll's Logic', in Gabbay & Woods (eds.) 2008, pp.457-506.
- Rescher, Nicolas, 2001, *Paradoxes. Their Roots, Range, and Resolution*, Chicago and LaSalle, Illinois: Open Court.
- Russell, Bertrand, 1903, *The Principles of Mathematics*, London: Allen & Unwin.
- Ryle, Gilbert, 1971, *Collected Papers*, London, Hutchinson.
- Swain, M. (ed.), 1970, *Induction, Acceptance, and Rational Belief*, Dordrecht: Reidel.