

## De *Barbershop Paradox* van Lewis Carroll

Bas Savenije

[bsavenije@live.nl](mailto:bsavenije@live.nl)

Gepubliceerd in *Phlizz, Online Magazine van het Lewis Carroll Genootschap*, september 2020 (<https://lewiscarrollgenootschap.nl/phlizz>)

### Inleiding

Dit is het vijfde artikel in een reeks over de logica van Lewis Carroll. Na de eerste twee inleidende artikelen, beschreven de derde en de vierde een tweetal methoden die Carroll had ontwikkeld om de conclusies van syllogismen en sorites te bepalen; beide methodes zijn onderdeel van zijn symbolische logica en hebben een sterk visueel karakter<sup>1</sup>. Het onderwerp van dit en het volgende artikel is een tweetal paradoxen die Carroll in respectievelijk 1894 en 1895 publiceerde in het tijdschrift *Mind*.

Velen beschouwen deze paradoxen als Carrolls meest waardevolle bijdragen aan de logica<sup>2</sup>. Bertrand Russell noemde de beide paradoxen in een radio-interview in 1942 als illustratie van Carrolls bijzondere kwaliteit als bedenker van puzzels. Hij voegde daar aan toe dat het een hele klus was om er een oplossing voor te vinden en karakteriseerde ze expliciet als het beste werk dat hij had geleverd<sup>3</sup>.

De betreffende artikelen in *Mind* zijn:

- *A Logical Paradox* (1894),
- *What the Tortoise Said to Achilles* (1895).

Carroll leverde zelf geen oplossing bij deze paradoxen. Ze zijn veelvuldig besproken en bediscussieerd door logici en filosofen doch die discussies leverden geen overeenstemming over wat de moraal van het verhaal is.

Carroll gebruikte zijn pseudoniem bij beide artikelen en vanwege hun stijl zijn ze ook als literair werk te zien. Wellicht daardoor zijn diverse commentatoren van oordeel dat Carroll er geen bijzondere interpretatie mee voor ogen had en zich zelfs niet volledig bewust was van hun belang. Maar beide artikelen waren wel degelijk bedoeld als serieuze bijdrage aan de logica.

Het thema van de paradoxen betreft *hypotheticals*, hypothetische of voorwaardelijke uitspraken in de vorm 'als .... dan ....'. De zin die wordt voorafgegaan door 'als' wordt ook wel *antecedens* of *protasis* genoemd, de zin die wordt voorafgegaan door 'dan' het wel *consequens* of *apodosis*.

Uit zijn dagboekaantekening wordt duidelijk dat Carroll in de jaren '90 werkte aan een theorie over hypothetische uitspraken, die vermoedelijk bedoeld was voor een van de latere delen van *Symbolic Logic*. Ten gevolge van zijn dood in 1898 bleef *Symbolic Logic* echter beperkt tot één deel. Carrolls theorie over hypothetische uitspraken kan slechts gedeeltelijk worden gereconstrueerd uit zijn geschriften en wordt niet beschreven in de door Bartley teruggevonden manuscripten voor *Symbolic Logic Part II*<sup>4</sup>.

Hypothetische uitspraken waren ten tijde van Lewis Carroll stevig in discussie, zoals onder meer blijkt uit de noot die Carroll toevoegt aan *A Logical Paradox* in *Mind*.

Daarin noemt hij deze paradox een reël probleem dat al enige tijd het onderwerp is van een debat tussen logici en aanleiding geeft tot duidelijke meningsverschillen. Hij bepleit dat de discussie wordt voortgezet teneinde overeenstemming te bereiken over de aard van hypothetische uitspraken en de wijze waarop we ermee moeten omgaan<sup>5</sup>.

De *Barbershop Paradox*, zoals *A Logical Paradox* ook wel genoemd wordt, is het onderwerp van dit artikel; het gaat over het proces van redeneren van premisse naar conclusie. *What the Tortoise Said to Achilles* wordt besproken in het volgende artikel; dat gaat over de rechtvaardiging van de gevolgtrekking als geheel. Ter verduidelijking geef ik hier nu eerst een korte uitleg van het begrip *paradox*.

## Paradoxen

In het dagelijks spraakgebruik is een paradox een uitspraak die tegen de algemene opvatting of tegen gezond verstand in gaat. De term *paradox* gaat terug tot de Griekse oudheid en betekent letterlijk 'ongelooflijk'. De bekendste klassieke paradoxen zijn afkomstig van Eubulides (4<sup>e</sup> eeuw v. Chr.) en Zeno van Elea (5<sup>e</sup> eeuw v. Chr.). Eubulides kennen we vooral van de paradox van de leugenaar: Als een man zegt: "Ik vertel een leugen" en daarbij de waarheid spreekt, vertelt hij dus een leugen en daarom spreekt hij onwaarheid. Maar als hij onwaarheid spreekt, vertelt hij geen leugen en spreekt hij dus de waarheid.

Zeno's paradoxen gaan vooral over de (on)mogelijkheid van beweging en verandering. Bekend zijn o.a. zijn paradox van de dichotomie en de daaraan verwante paradox van Achilles en de schildpad. De paradox van de dichotomie beargumenteert dat het onmogelijk is om een tevoren bepaalde afstand te overbruggen. Om deze afstand te overbruggen moet men namelijk eerste de helft van de afstand afleggen. Maar daartoe moet men eerst de helft van deze afstand (de eerste helft dus) overbruggen; ook daarvan moet weer eerst de helft worden afgelegd, enzovoorts. Omdat afstanden oneindig deelbaar zijn, is het dus onmogelijk een tevoren bepaalde afstand in zijn geheel te overbruggen.

In mijn volgende artikel zal ik aandacht aan besteden aan de paradox van Achilles en de schildpad.

Er wordt onderscheid gemaakt tussen retorische en logische paradoxen<sup>6</sup>.

Een retorische paradox is een stijlfiguur waarbij onverenigbare ideeën naast elkaar worden geplaatst om een onverwacht effect te bereiken. Een voorbeeld is het volgende citaat uit *Animal Farm* van George Orwell: "Alle dieren zijn gelijk maar sommige zijn meer gelijk dan andere".

In de filosofie en de logica spreken we van een paradox als een verzameling van uitspraken die elk op zich plausibel zijn, gezamenlijk inconsistent is, dat wil zeggen echt inconsistent en niet schijnbaar inconsistent. Men kan een logische paradox ook zien als een argument met als conclusie dat de premissen onderling niet verenigbaar zijn. Ik illustreer dit met een voorbeeld, ook afkomstig van Eubulides:

1. Jij hebt geen horens.
2. Als je iets niet verloren hebt, heb je het nog steeds.
3. Je hebt geen horens verloren.

Deze uitspraken zijn allemaal waar. Maar ze zijn onderling inconsistent:

4. Uit (2) en (3) volgt: Je hebt (nog steeds) horens.
5. (4) is in tegenspraak met (1).

Het probleem is hier dat (2) alleen maar geldt in de omstandigheid dat je het ding waar sprake van is, daadwerkelijk in je bezit had. De redenering gaat dus uit van een onjuiste vooronderstelling.

Lewis Carroll was gefascineerd door paradoxen. Hij definieerde ze als uitspraken die tegen de verwachting ingaan met als belangrijkste eigenschap dat ze iets schijnen te bewijzen waarvan we weten dat het onwaar is<sup>7</sup>.

Onder de vele puzzels die Lewis Carroll heeft bedacht zijn ook heel wat paradoxen. Zo presenteert hij ook eigen varianten van de paradox van de leugenaar, bijvoorbeeld de paradox die hij de titel *Crocodilus* heeft gegeven<sup>8</sup>. Het verhaal gaat als volgt.

Een krokodil heeft een baby weggepakt van de oevers van de Nijl. De moeder smeekt de krokodil om de baby terug te geven. De krokodil antwoordt: "Als je goed voorspelt wat ik met de baby ga doen, zal ik de baby teruggeven, zo niet dan zal ik de baby verslinden." "Je gaat hem verslinden!" roept de moeder.

De krokodil reageert als volgt: "Ik kan de baby niet teruggeven. Want als ik dat doe betekent dit dat je onwaarheid hebt gesproken en ik heb je gewaarschuwd dat ik hem in dat geval zal verslinden."

"Integendeel," zegt de moeder nu. "Je kunt de baby niet verslinden, want als je dat doet, spreek ik de waarheid en je hebt beloofd hem terug te geven als ik de waarheid spreek." Carroll voegt hier nog aan toe dat hij er wel van uit gaat dat de krokodil zijn woord houdt en dat zijn eergevoel groter is dan zijn trek in baby's<sup>9</sup>.

### **De Barbershop Paradox**

De *Barbershop Paradox* is volgens Hugo Brandt Corstius misschien wel Carrolls diepzinnigste bijdrage aan de logica<sup>10</sup>. Hij is ontstaan uit de correspondentie van Lewis Carroll, die als wiskundige was aangesteld bij de Universiteit van Oxford, met John Cook Wilson, die hoogleraar logica was in Oxford in de periode 1889-1915. Carroll vermeldt de correspondentie veelvuldig in zijn dagboeken en laat er geen misverstand over bestaan dat het een heftig dispuut was. Het is overigens dankzij de nalatenschap van Cook Wilson dat veel van Carrolls werk aan de *Barbershop Paradox* bewaard is gebleven. Dat mag gerust ironisch worden genoemd omdat Cook Wilson het verachtte<sup>11</sup>.

Er zijn tenminste elf versies van de paradox en Carroll stuurde deze aan diverse Britse logici. Hij verzamelde hun reacties, vergeleek ze en antwoordde<sup>12</sup>.

Naar aanleiding van de commentaren schreef hij uiteindelijk de versie die hij op 3 mei 1894 naar *Mind* stuurde. Na de publicatie werd het (ook nog na zijn dood) in *Mind* door Britse logici bediscussieerd<sup>13</sup>.

De versie die in *Mind* verscheen onder de titel *A Logical Paradox* is geschreven als een dialoog tussen oom Jim en oom Joe. Carroll neemt zelf geen positie in.

Het draait om een kapperszaak met drie kappers, Allen, Brown en Carr.

Er gelden twee regels:

1. De drie mannen mogen niet tegelijk de winkel verlaten.  
Dat betekent dat als Carr buiten is, het volgende geldt: als Allen buiten is, dan moet Brown in de zaak zijn.
2. Allen is ziek en kan de zaak niet verlaten zonder het gezelschap van Brown.  
Dat betekent het volgende: Als Allen buiten is, moet Brown ook buiten zijn.

Laten we aannemen dat Carr buiten is. Uit (1) volgt dan: Als Allen buiten is, dan is Brown binnen, maar dat is onverenigbaar met (2). Dus de veronderstelling dat Carr buiten is leidt tot een absurditeit en via *reductio ad absurdum* kunnen we concluderen dat Carr niet buiten kan zijn en dus binnen is.

Dit resultaat is paradoxaal want we kunnen eenvoudig aantonen dat Carr wel degelijk naar buiten kan zonder de regels (1) en (2) te schenden: Carr kan immers buiten zijn als Allen en Brown beiden in de zaak zijn.

Dit wordt duidelijk uit wat tegenwoordig een 'waarheidstafel' heet en dat is wat Carroll zelf presenteerde in zijn versie van het probleem van september 1894 (dus ná de publicatie in *Mind*)<sup>14</sup>.

Hij duidde daarbij de uitspraken aan met de letters *A*, *B* en *C*:

*A*: Allen is buiten

*B*: Brown is buiten

*C*: Carr is buiten.

Waarheid en onwaarheid geven we respectievelijk weer met de letters *w* en *o* (Carroll gebruikte hiervoor *t* - *true*, and *f* - *false*)

Carroll presenteerde de volgende tabel met 8 mogelijke combinaties voor de uitspraken *A*, *B* en *C*<sup>15</sup>.

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
<i>A</i>	<i>w</i>	<i>w</i>	<i>w</i>	<i>w</i>	<i>o</i>	<i>o</i>	<i>o</i>	<i>o</i>
<i>B</i>	<i>w</i>	<i>w</i>	<i>o</i>	<i>o</i>	<i>w</i>	<i>w</i>	<i>o</i>	<i>o</i>
<i>C</i>	<i>w</i>	<i>o</i>	<i>w</i>	<i>o</i>	<i>w</i>	<i>o</i>	<i>w</i>	<i>o</i>

Op basis van regel (1) is variant 1 uitgesloten: minstens één van de drie mannen moet immers binnen zijn.

Op basis van regel (2) zijn de 3<sup>e</sup> en de 4<sup>e</sup> variant uitgesloten want Brown moet met Allen mee als deze naar buiten gaat.

Van de overgebleven varianten maken de 5<sup>e</sup> en de 7<sup>e</sup> het mogelijk dat Carr naar buiten gaat.

De diverse reacties op Carrolls paradox ten tijde van zijn leven concentreerden zich vooral op de onverenigbaarheid van de twee proposities 'Als Allen buiten is, dan moet Brown binnen zijn' en 'Als Allen buiten is, dan moet Brown buiten zijn'.

Bertrand Russell gaf in 1903 de oplossing die tegenwoordig algemeen geaccepteerd wordt: hij beschouwde het als de zgn. paradox van de materiële implicatie<sup>16</sup>.

In 1950 presenteerden Burks en Copi nog een andere oplossing met behulp van de door hen gedefinieerde causale implicatie; deze implicatie is slechts waar als er een oorzakelijke relatie bestaat tussen *antecedens* en *consequens*<sup>17</sup>.

## Materiële implicatie

De discussie over de aard van de implicatie en in het bijzonder de materiële implicatie in de logica gaat terug tot de oudheid<sup>18</sup>. Waarschijnlijk was Philo van Megara (4<sup>e</sup> eeuw v.

Chr.) de eerste verdediger van de materiële implicatie. We vinden het onderwerp ook bij de Stoïcijnen (3<sup>e</sup> eeuw v Chr.); zij waren de eersten die zich bezig hielden met propositiologica en de materiële implicatie speelt een belangrijke rol in de propositiologica.

De propositiologica gaat over de relatie tussen twee of meer proposities; proposities zijn uitspraken die waar of onwaar zijn. Zoals eerder gememoreerd nam de propositiologica een hoge vlucht op basis van Freges *Begriffsschrift* (1879), dat overigens in het Verenigd Koninkrijk pas bekend werd door Bertrand Russell in het begin van de 20<sup>e</sup> eeuw.

Sinds het werk van Frege wordt de materiële implicatie geaccepteerd als een operator uit de propositiologica. De materiële implicatie wordt weergegeven als ' $P \rightarrow Q$ ', ofwel 'als  $P$  dan  $Q$ '.

De operatoren van de propositiologica kunnen worden gedefinieerd door waarheidstafels. Voor de materiële implicatie ziet dat er als volgt uit. Er wordt een overzicht gegeven van de mogelijke varianten 'waar/onwaar' voor *antecedens* en *consequens* en de gevolgen daarvan voor de materiële implicatie (waarbij  $w$  voor 'waar' staat en  $o$  voor 'onwaar'):

$P$	$Q$	$P \rightarrow Q$
$w$	$w$	$w$
$w$	$o$	$o$
$o$	$w$	$w$
$o$	$o$	$w$

Hierdoor wordt duidelijk dat  $P \rightarrow Q$  alleen onwaar is als  $P$  waar is en  $Q$  onwaar. Opvallend daarbij is dat  $P \rightarrow Q$  waar is als  $P$  onwaar is. M.a.w. een onware uitspraak impliceert elke uitspraak, ongeacht of die uitspraak zelf waar of onwaar is. Een voorbeeld: de uitspraak 'Als de maan van hout is, is de aarde rond' is waar, omdat de maan niet van hout is, en de *antecedens* dus onwaar is.

Een ander gevolg van deze definitie is ook dat een ware uitspraak volgt uit elke willekeurige uitspraak: de implicatie  $P \rightarrow Q$  is namelijk alleen onwaar als  $P$  waar is en  $Q$  onwaar; dus de waarheid van  $Q$  is voldoende om de implicatie waar te maken. In ons voorbeeld: de uitspraak 'Als de maan niet van hout is, is de aarde rond' is ook waar.

Dit gebruik van 'als ... dan ...' kan natuurlijk verwarring veroorzaken. We kennen immers ook de strikte implicatie (waarbij het uitgesloten is dat de *antecedens* waar is en de *consequens* onwaar)<sup>19</sup> en een causale implicatie (waarbij er een oorzakelijk verband is tussen *antecedens* en *consequens*). Deze liggen dicht bij het gebruik van 'als .. dan ..' in de natuurlijke taal dan de materiële implicatie. Voor de materiële implicatie zijn inhoudelijke relaties of zelfs betekenis niet relevant. Het is een waarheidsfunctie, d.w.z. alleen waarheid en onwaarheid zijn relevant.

Er zit hier een spanning tussen de logica en de omgangstaal en we zijn geneigd de materiële implicatie als paradox te zien, omdat we er, zoals in ons voorbeeld, van uitgaan dat de materie van de maan en de vorm van de aarde niet relevant voor elkaar zijn.

Hoe is de materiële implicatie nu van toepassing op de *Barbershop paradox*?  
In de kapperszaak gelden de volgende regels:

1. De drie mannen mogen niet tegelijk de winkel verlaten.  
Dat betekent dat als Carr buiten is, het volgende geldt: als Allen buiten is, dan moet Brown in de zaak zijn.
2. Allen is ziek en kan de zaak niet verlaten zonder het gezelschap van Brown.  
Dat betekent het volgende: Als Allen buiten is, moet Brown ook buiten zijn.

Hierbij zien we dat bij beide regels 'Als Allen buiten is' voorkomt als *antecedens*. Maar stel dat dit onwaar is (en Allen dus binnen blijft). Dan is de betreffende materiële implicatie waar ongeacht de vraag of de *consequens* waar of onwaar is: Brown kan binnen of buiten zijn en Carr idem. En de regels kloppen dan ook: als Allen (die niet alleen naar buiten mag volgens regel 2) binnen blijft, is vervolgens alles mogelijk omdat er dan immers altijd iemand binnen is (conform regel 1). Dit resultaat komt dus overeen met de eerder gepresenteerde tabel van Carroll waar Carr in de 5<sup>e</sup> en 7<sup>e</sup> variant naar buiten kon.

### **Lewis Carroll en de materiële implicatie**

Uit de waarheidstafel die Carroll zelf in 1894 opstelde, blijkt dat hij vertrouwd was met het principe van de materiële implicatie. Alhoewel hij nergens expliciet heeft aangegeven dat hij deze accepteerde, is er reden om aan te nemen dat hij op zijn minst neigde naar acceptatie maar dat hij zich er ongemakkelijk bij voelde. Hij formuleerde ook een aantal problemen die ermee samenhangen<sup>20</sup>. Dat gemak kan ermee te maken hebben dat Carroll bij zijn logica veel waarde hechtte aan gemak en consistentie, maar ook aan de aansluiting bij het dagelijkse leven: symbolische logica mocht niet te ver af staan van het gewone volk. En de materiële implicatie is, gezien met gezond verstand, immers enigszins contra-intuïtief.

In een analyse van de relatie tussen Carrolls logica en humor beweert Peter Alexander dat Carroll (al dan niet bewust) gebruikt maakte van de materiële implicatie om in de *Alice*-boeken een kader te creëren waarbinnen absurditeiten aanvaardbaar worden<sup>21</sup>. Volgens deze analyse beginnen beide *Alice*-boeken met een onwaarheid die ons, zodra we deze aanvaarden, ertoe brengt de absurditeiten van de beide verhalen als acceptabele logische consequentie te zien.

Deze 'onwaarheden' zijn de volgende:

- Voor *Alice's Adventures in Wonderland*: "Kleine meisjes kunnen afdalen in een konijnenhol en een wereld met vreemde wezens ontdekken."
- Voor *Through the Looking-Glass*: "Achter spiegels in huizen bevinden zich andere huizen waar alles omgekeerd is, en door de spiegels kunnen we daar naar binnen gaan."

Opvallend is overigens dat dit patroon niet te herkennen is in *Sylvie and Bruno*; dit zou volgens Alexander de verklaring kunnen zijn dat dit werk aanmerkelijk minder sprankelend is dan de beide *Alice*-boeken.

## Impact

Lewis Carroll was in de jaren '90 bezig met een theorie over hypothetische uitspraken; indien en voor zover hij deze voltooid heeft, is daar niets meer van teruggevonden. Zijn werk op dat gebied bracht hem wel meer bekendheid bij zij logici-tijdgenoten dan te voren, omdat hij *Barbershop Paradox* al vóór de publicatie in *Mind* had rondgestuurd en met andere logici erover had gecorrespondeerd. Ook na de publicatie bleef het tot 1905 een onderwerp van debat tussen de leidende Britse logici.

De neerslag van deze discussie in correspondentie en wetenschappelijke publicaties biedt een uitstekend beeld van de Britse logica in de laatste twee decennia van de 19<sup>e</sup> eeuw. De standpunten maken met name duidelijk hoeveel problemen de klassieke en symbolische logici hadden om elkaar te begripen.

Dit is een duidelijk voorbeeld van het nut van de studie van Carrolls logische werk: het is een waardevolle introductie voor een goed begrip van de Britse logica in de tweede helft van de 19<sup>e</sup> eeuw waarin een overgang plaats vond van de traditionele logica naar de symbolische logica<sup>22</sup>.

---

## Voetnoten

<sup>1</sup> Alle vier de eerdere artikelen zijn gepubliceerd in Phlizz, het online magazine van het Lewis Carroll Genootschap, <https://lewiscarrollgenootschap.nl/phlizz/>.

<sup>2</sup> Zie Moktefi 2008.

<sup>3</sup> Zie Russell 1996: "I think he was very good at inventing puzzles in pure logic. When he was quite an old man, he invented two puzzles he published in a learned periodical, *Mind*, to which he didn't provide answers. And the providing of answers was a job, at least so I found it." [p.525]. En: "The best work he ever did in that line was the two puzzles that I spoke of" [p.528].

<sup>4</sup> Bartley 1977.

<sup>5</sup> "The paradox of which the foregoing paper is an ornamental presentment, is, I have reason to believe, a very real difficulty in the Theory of Hypotheticals. The disputed point has been for some time under discussion by several practised logicians, to whom I have submitted it; and the various and conflicting opinions, to which my correspondence with them has elicited, convince me that the subject needs further consideration, in order that logical teachers and writers may come to some agreement as to what Hypotheticals *are*, and how they ought to be treated." [Carroll 1894, p.438].

<sup>6</sup> Zie Rescher 2001.

<sup>7</sup> "... according to etymology, 'things contrary to expectation', whose characteristic Attribute seems to be that they seem to prove what we know to be false." [Bartley 1986, p.423].

<sup>8</sup> Zie Bartley 1977, p.425.

<sup>9</sup> "We assume, of course, that he was a Crocodile of his word; and that his sense of honour outweighed his love of Babies" [Bartley 1977, p.425].

<sup>10</sup> Onder het pseudoniem 'Raoul Chapkis': Chapkis 1965, p.9.

<sup>11</sup> Zie bijvoorbeeld Geach 1978. Het oordeel van Geach over Cook Wilson laat aan duidelijkheid niets te wensen over: "Naturally, Wilson was himself an execrably bad logician" [op.cit. p. 123].

---

<sup>12</sup> Het betreft Bartholomew Price, John Alexander Stewart, Herbert William Blunt, Henry Sidgwick, James Welton en Francis Bradley [Moktefi 2008, p.490].

<sup>13</sup> In *Mind* verschenen bijdragen van W.E. Johnson (1894 en 1895), Alfred Sidgwick (1894 en 1895), Hugh MacColl (1897 en 1900), E.C.C. Jones (1905), John Cook Wilson (1905) en Bertrand Russell (1905) [Moktefi 2008, p.491].

<sup>14</sup> Opgenomen in Abeles (ed.) 2010, pp.123-128.

<sup>15</sup> In de eerdere versies van de paradox gebruikt Carroll letters voor verzamelingen, maar later, zoals in deze waarheidstafels, voor proposities. Dat wil echter niet zeggen dat zijn symbolische logica zich uitstreckte tot de propositielogica: die beperkte zich tot syllogismen en sorites met categorische uitspraken over eigenschappen tussen klassen.

<sup>16</sup> Russell 1903.

<sup>17</sup> Burks & Copi 1950.

<sup>18</sup> Tarski 1953, p.28.

<sup>19</sup> Deze implicatie wordt ook wel 'logische' implicatie genoemd, doch het gebruik van deze term is niet eenduidig.

<sup>20</sup> Zie Moktefi 2008.

<sup>21</sup> Zie Alexander 1944.

<sup>22</sup> Zie Moktefi 2007.

## Literatuur

Abeles, Francine (ed.), 2010, *The Logic Pamphlets of Charles Lutwidge Dodgson and Related Pieces*, New York: Lewis Carroll Society of North America.

Abeles, Francine, 2012, 'Towards a Visual Proof System: Lewis Carroll's Method of Trees', *Logica Universalis*, Vol. 6, pp.521-534.

Alexander, Peter, 1044, 'Logic and Humour of Lewis Carroll', *Proceedings of the Leeds Philosophical and Literary Society: Literary & Historical Section*, Vol. VI, Part I, pp.551-566.

Bartley, William Warren III (ed.), 1977, *Lewis Carroll's Symbolic Logic*, New York: C.N. Potter.

Burks, Arthur W. & Irving M. Copi, 1950, 'Lewis Carroll's Barbershop Paradox', *Mind*, Vol. 59, No. 234, pp.219-222.

Carroll, Lewis, 1894, 'A Logical Paradox', *Mind*, Vol. 3, No. 11, pp.436-438.

Carroll, Lewis, 1896, 'What the Tortoise said to Achilles', *Mind*, Vol. 4, No. 14, pp.278-280.

Carroll, Lewis, 1896, *Symbolic Logic*, London: Macmillan.

Chapkis, Raoul, 1965, 'Lewis Carroll', in *Tirade*, 97, pp.2-10.

Cupillari, Antonella, 2007, *Proceedings of the Canadian Society for the History and Philosophy of Mathematics' Annual Meeting*, Concordia University, Montréal, July 27-29, 2007.

Gabbay, Dov M. & John Woods (eds.), 2008, *Handbook of the History of Logic, Volume 4, British Logic in the Nineteenth Century*, Amsterdam: North-Holland.

Geach, Peter T., 1978, 'Review of *Symbolic Logic* by Lewis Carroll and W.W. Bartley', *Philosophy*, Vol. 53, No. 203, pp.123-125.

Moktefi, Amirouche, 2007, 'Lewis Carroll and the British Nineteenth-Century Logicians on the Barber Shop Problem', in Cupillari (ed.) 2007, pp. 189-199.

Moktefi, Amirouche, 2008, 'Lewis Carroll's Logic', in Gabbay & Woods (eds.) 2008,

---

pp.457-506.

Rescher, Nicholas, 2001, *Paradoxes. Their Roots, Range, and Resolution*, Chicago and La Salle, Illinois: Open Court.

Russell, Bertrand, 1903. *The Principles of Mathematics*, Cambridge University Press.

Russell, Bertrand, 1996, *A Fresh Look at Empirism (1927-42)*, volume 10 of *The Complete Works of Bertrand Russell*, edited by John Slater with the assistance of Peter Köllner, London and New York: Routledge, 1996.

Tarski, Alfred, 1953, *Inleiding tot de logica en tot de methodenleer der deductieve wetenschappen*, Amsterdam: Noord-hollandse Uitgevers Maatschappij.