De logicus Lewis Carroll in de context van zijn tijd: de ontwikkeling van de symbolische logica

Bas Savenije
bsavenije@live.nl

Gepubliceerd in *Phlizz, Online Magazine van het Lewis Carroll Genootschap*, december 2019 (https://lewiscarrollgenootschap.nl/phlizz/)

Inleiding[1]

In mijn eerste artikel over de logica van Lewis Carroll[2] heb ik laten zien dat hij zijn logische werken weliswaar relatief laat in zijn leven heeft geschreven, maar dat er vele aanwijzingen zijn dat hij reeds veel eerder in zijn leven belangstelling voor logica had. Hij was daarbij sterk overtuigd van het maatschappelijk nut van de logica. Zijn logische werken zijn dan ook bedoeld voor een breed publiek; hij probeert het onderwerp zoveel mogelijk te populariseren.
Om te kunnen begrijpen welke bijdrage Lewis Carroll aan het vak logica heeft geleverd, is het noodzakelijk enige kennis te hebben van de stand van het vak logica ten tijde van Lewis Carroll: met welke problemen hield men zich bezig en welke oplossingsrichtingen had men voor ogen?
Daarover gaat dit artikel. In de daarop volgende artikelen zal ik nader ingaan op de specifieke eigen bijdragen van Lewis Carroll.

Traditionele logica

Logica is de studie van methodes en principes die worden gebruikt om onderscheid te kunnen maken tussen correcte en niet-correcte redeneringen. Het gaat daarbij om de vorm van de redeneringen, zonder te letten op de inhoud van de afzonderlijke uitspraken van de redenering. We spreken dan ook wel van 'formele logica'.
Logica als vak is ontstaan in de Griekse oudheid. Bij de filosofen Parmenides (6^e^ eeuw v. Chr.) en zijn leerling Zeno (5^e^ eeuw v. Chr.) zien we als eersten een bewuste toepassing argumentatie-regels, in het bijzonder het bewijs uit het ongerijmde.[3] Ze maakten deze regels echter niet expliciet en maakten er zeker geen studie van.
De eerste die expliciet een systeem voor redeneringen ontwierp was Aristoteles (4^e^ eeuw v. Chr); hij wordt dan ook beschouwd als de grondlegger van het vak logica.

Het gaat bij redeneringen om het trekken van een conclusie uit premissen, veronderstellingen. Sinds Aristoteles hebben logici geprobeerd regels te formuleren die ervoor zorgen dat alleen geldige conclusies worden getrokken uit premissen. De door Aristoteles ontworpen regels voor redeneren worden 'syllogismen' genoemd. Aristoteles' systeem van syllogismen bleef tot ver in de 19^e^ eeuw bepalend voor de ontwikkeling van de logica het is daarom onvermijdelijk er enigszins in detail op in te gaan.

Een syllogisme is een verzameling van drie uitspraken: de eerste twee zijn de premissen (veronderstellingen) en de derde is de conclusie, waarbij de conclusie noodzakelijkerwijs volgt uit de premissen.
Een voorbeeld:

Premisse 1	Alle politici zijn mensen
Premisse 2	Alle mensen zijn sterfelijk
Conclusie	Daarom zijn alle politici sterfelijk

Van de Griekse meetkunde nam Aristoteles het gebruik van letters (bijvoorbeeld *X*, *Y*, *Z*) over op de plekken waar men termen kan invullen. In ons voorbeeld levert dit het volgende resultaat:

Premisse 1	Alle *X* zijn *Y*
Premisse 2	Alle *Y* zijn *Z*
Conclusie	Alle *X* zijn *Z*

Van belang daarbij was dat de geldigheid van de redenering niet afhangt van de termen die voor de letters worden ingevuld.
De door Aristoteles bestudeerde redeneringen noemen we '*categorische* syllogismen': omdat ze bestaan uit categorische uitspraken. Categorische uitspraken zijn uitspraken over verzamelingen; een verzameling is een groep van alle dingen met een gemeenschappelijk kenmerk. In een categorische uitspraak wordt beweerd of ontkend dat een bepaalde verzameling deel uitmaakt van een andere verzameling, in zijn geheel of gedeeltelijk.
In ons voorbeeld is sprake van drie verzamelingen: de verzameling van politici, de verzameling van mensen en de verzameling van alle dingen die sterfelijk zijn.

Er zijn vier standaardvormen voor categorische uitspraken en hieronder staan enkele voorbeelden per vorm. Het is gebruikelijk om de letters A, E, I, en O te hanteren voor de standaardvormen van de categorische uitspraken.

Algemeen bevestigend (A):	- ieder ding *X* is een ding *Y*
	- de eigenschap *Y* komt aan ieder ding *X* toe
	- alle *X* zijn *Y*
Algemeen ontkennend (B):	- geen ding *X* is een ding *Y*,
	- de eigenschap *Y* komt niet toe aan een ding *X*
	- geen *X* is *Y*
Particulier bevestigend (I):	- sommige dingen *X* hebben eigenschap *Y*
	- sommige *X* zijn *Y*
Particulier ontkennend (O):	- een ding *X* heeft eigenschap *Y* niet
	- het ene of andere ding *X* heeft eigenschap *Y* niet.
	- sommige *X* zijn niet *Y*

Iedere uitspraak heeft een *subject* en een *predicaat,* dat al of niet aan het subject wordt toegekend. In de uitspraak, bijvoorbeeld, 'Alle mensen zijn sterfelijk' is 'mensen' het subject en 'sterfelijk' het predicaat.

Samen bevatten de drie uitspraken van een syllogisme drie termen, waarvan elke term voorkomt in twee van de uitspraken. Eén van de termen komt niet voor in de conclusie; deze noemen we de middenterm. De middenterm wordt a.h.w. geëlimineerd.
In de redenering volgende redenering is 'mensen' de middenterm:

Premisse 1	Alle politici zijn mensen
Premisse 2	Alle mensen zijn sterfelijk
Conclusie	Daarom zijn alle politici sterfelijk

Het is eenvoudig om de vorm of structuur van een gegeven syllogisme te herkennen als combinatie van de verschillende soorten categorische uitspraken (A, E, I. O). Hoewel er oneindig veel syllogismen zijn, is het aantal mogelijke structuren eindig, namelijk 256. Het is de taak van de logicus om de geldige structuren te selecteren, d.w.z. degenen waarbij de conclusie noodzakelijkerwijs volgt uit de premissen.
Een voorbeeld: als *M, S* en *P* de gegeven termen zijn, dan zijn syllogismen met structuur (1) geldig en (2) niet:

(1) Geen *M* is *P*	Voorbeeld:	Geen mens kan vliegen
Alle *S* zijn *M*		Alle politici zijn mensen
dus geen *S* is *P*		Dus geen politicus kan vliegen

(2) Geen *M* is *P*	Voorbeeld:	Geen mens kan vliegen
Geen *S* is *M*		Geen vogel is een mens
dus geen *S* is *P*		Dus geen vogel kan vliegen

Hierbij wordt ook duidelijk hoe je kunt aantonen dat een redenering ongeldig is, namelijk door het geven van een tegenvoorbeeld. Een redenering is dan en slechts dan geldig als er geen tegenvoorbeeld bestaat.
Van alle mogelijke structuren, beschouwen logici traditioneel 24 vormen als geldig.

Behalve de leer van de syllogismen danken we aan Aristoteles ook de drie hoofdwetten van de logica. Dit zijn:

- Het principe van identiteit
  'Een ding *S* is een ding *S*'
  Voorbeeld: 'Een mens is een mens'.

- Het principe van contradictie
  'Er is geen ding waarop zowel *P* als niet-*P* van toepassing is'
  Voorbeeld: 'Er is geen mens die zowel Griek als niet-Griek is'

- Het principe van het uitgesloten derde
  'Op ieder ding is *P* of niet-*P* van toepassing'
  Voorbeeld: 'Ieder mens is Griek of niet-Griek'.

Aristoteles' leer van syllogismen werd in de eeuwen na hem verder uitgewerkt. Een probleem daarbij bleef dat veel geldige redeneringen niet kunnen worden geformuleerd met behulp van Aristoteles' logica. Bijvoorbeeld redeneringen waarin sprake is van (logische) relaties:

Bernhard is de vader van Bea
Bea is de moeder van Willem
De vader van de moeder is de grootvader van moeders kant
Dus Bernhard is grootvader van moeders kant van Willem

Niettemin hielden logici eeuwenlang vol dat alle geldige redeneringen tot de vorm van syllogismen konden worden herleid.

Symbolische logica

De Aristotelische logica was dominant in Groot-Brittanië tot diep in de 19e eeuw en de vorm van het syllogisme bleef het uitgangspunt van correct redeneren. Ze werd nog altijd onderwezen aan studenten, met name in Oxford, maar meer als verplicht nummer dan dat het ook daadwerkelijk tot begrip en kennis bij de studenten leidde.

De kritiek op de syllogistische logica als hulpmiddel bij nieuwe wetenschappelijke ontdekkingen nam echter toe. Die kritiek bouwde voort op Francis op Bacon's *Novum Organon* (1620) en bepleitte een bredere opvatting van logica waarbij veel waarde werd toegekend aan *inductie*, d.w.z. het generaliseren op basis van een aantal specifieke waarnemingen. De traditionele formele logica ging uit van *deductie* waarbij de conclusie onontkoombaar volgt uit een aantal gegeven premissen.

In 1826 zorgde John Whately voor een opleving van de syllogistische logica. In zijn werk *Elements of Logic* verdedigde hij het nut van de traditionele logica en zette hij zich af tegen de bredere visie van logica als instrument voor wetenschappelijke ontdekkingen. Het was vooral bedoeld als leerboek voor studenten en de praktische toepasbaarheid maakte de studie van logica aantrekkelijker dan tevoren.[4]

Een doorbraak naar een bredere logische structuur dan de logica van Aristoteles vond plaats in het jaar 1847. Deze doorbraak was niet afkomstig van filosofen, maar van twee wiskundigen. In het jaar 1847 werden twee boeken gepubliceerd:
- George Boole's *The Mathematical Analysis of Logic,*
- Augustus De Morgan's *Formal Logic.*

Boole en De Morgan verwierpen de claim dat alle geldige redeneringen kunnen worden herleid tot de vorm van een syllogisme.
Hun werken vormden het begin van een traditie in de logica die intensief gebruik maakt van symbolen: de symbolische logica. Werden symbolen tot dan toe alleen maar gebruikt om verzamelingen aan te geven, de symbolische logica gebruikte ook symbolen voor bewerkingen van deze verzamelingen.

Het belangrijkste verschil met de traditionele logica was het volgende.
In Aristoteles' logica werden alle redeneringen herleid tot de vorm van een syllogisme. En in een syllogisme wordt een conclusie afgeleid uit twee premissen, waarbij de zgn. middenterm wordt geëlimineerd. Traditioneel zag men daarbij vooral als doel: het checken of de redenering in kwestie juist is.
Bij de symbolische logici ging het echter niet om het *checken* van een gegeven conclusie, maar om het *zoeken* van een conclusie uit een gegeven aantal premissen. De centrale vraag was dan welke informatie de premissen gezamenlijk bevatten over één of meer van de termen.
Van belang hierbij was dat men, dankzij het gebruik van symbolen, zich niet langer hoefde te beperken tot redeneringen die slechts drie uitspraken bevatten; ook konden in de afzonderlijke uitspraken meer dan twee termen voorkomen. Een dergelijke complexe redenering, een soort meervoudig syllogisme, wordt een 'sorites' genoemd.

Ook bij een sorites was nog steeds sprake van categorische uitspraken over verzamelingen en ook hierbij moesten 'middentermen' worden geëlimineerd. In feite zien we dus een complexe variant van het traditionele eliminatie-probleem. En zo sprak men over *the problem of elimination* als het fundamentele probleem van de logica.

Een sorites hoefde niet meer te worden herleid tot de traditionele syllogismen: het eliminatieproces kon op een gehele sorites worden losgelaten. Globaal zag dat proces er als volgt uit:

1. vertaal de premissen van de natuurlijke taal naar een formele taal;
2. laat daar een procedé met bewerkingen op los om de conclusie die zij bevatten te 'berekenen';
3. vertaal de formele conclusie terug in de natuurlijke taal om de concrete oplossing van het probleem te krijgen.

De crux van het eliminatieproces zat natuurlijk in stap 2. Er ontstond onder de logici een soort competitie wie de beste notatie had en, daaraan gekoppeld, de beste methode om het eliminatieprobleem op te lossen. Velen van hen vonden eigen algebraïsche notaties uit en sommigen introduceerden diagrammen of construeerden logische machines, echt en denkbeeldig, in hun pogingen om logische redeneringen zoveel mogelijk te mechaniseren.

Hieronder geef ik een indruk te geven van de door Boole gebruikte 'algebraïsche' formuleringen[5]. Eerst de gebruikte symbolen:

1:	het universum, de meest omvattende verzameling, waarvan elke andere verzameling een deelverzameling is
0:	een lege verzameling
x:	de verzameling van *X*-en, d.w.z. alle dingen met kenmerk *X*
1-*x*:	verzameling niet-*X* (ofwel het universum minus de verzameling van alle dingen met kenmerk *X*)
v	staat voor 'sommige': *vx* staat dus voor 'sommige dingen met kenmerk *X*'
≠	staat voor: 'is niet gelijk aan'

Met behulp van deze notatie gaf Boole de vier standaardvormen van categorische uitspraken als volgt weer.

A-vorm	Alle *X* zijn *Y*	$x(1-y) = 0$	$x = xy$
E-vorm	Geen *X* is *Y*	$xy = 0$	
I-vorm	Sommige *X* zijn *Y*	$xy \neq 0$	$v = xy$
O-vorm	Sommige *X* zijn niet *Y*	$x(1-y) \neq 0$	$v = x(1-y)$

Zoals vele tijdgenoten introduceerde ook Lewis Carroll diverse nieuwe notaties, waaronder zijn zgn. *subscript*-notatie waarmee hij in *Symbolic Logic, Part I* het eliminatie-probleem aanpakte. Geen van zijn notaties vond navolging bij andere logici.

De wiskundige en logicus John Venn is ook tegenwoordig nog bekend vanwege zijn diagrammen; ze worden gebruikt om problemen op te lossen die de vorm van een syllogisme hebben. Ook Lewis Carroll ontwierp diagrammen die tot op heden nog voorkomen in leerboeken.

Lewis Carroll bedacht ook de *Method of Trees*, om met behulp van de combinatie van zijn symbolische notatie en een visuele methode logische vraagstukken op te lossen. In mijn volgende artikelen zal ik afzonderlijk ingaan op Carrolls diagrammen en zijn *Method of Trees*.

William Stanley Jevons construeerde in 1869 zelfs een logische machine: de *logical abacus*, een sorteermechanisme dat kan worden gezien als een primitieve vorm van een ponskaartmachine. Jevons zelf zag er weinig praktisch nut in; hij zag de waarde vooral in het onderwijs om de aard van logische analyses toe te lichten. Allan Marquand ontwierp in 1880/1881 een logische machine die een aanzienlijke verbetering was ten opzichte van die van Jevons.[6]

Carroll was op de hoogte van het werk van Venn en correspondeerde ook met hem. Zijn werk bevat ook verwijzingen naar Boole, De Morgan en Jevons.[7]

Weerstand

In de tweede helft van de 19e eeuw nam de rol van de Booleaanse algebraïsche logica geleidelijk toe in het onderwijs en onderzoek in de logica. Maar onder filosofen overheerste de opvatting dat de Aristotelische logica niet met behulp van wiskundige notaties verbeterd kon worden.
Aan de Universiteit van Oxford, waar Lewis Carroll wiskundedocent was, kreeg de nieuwe logica relatief weinig aandacht, in tegenstelling tot Cambridge. John Cook Wilson, hoogleraar logica in Oxford, was een uitgesproken tegenstander van de nieuwe logica: volgens hem was daarbij geen sprake meer van logica, maar van wiskunde. Omdat logica werd gezien als de grondslag voor de wiskunde, zou het idee van wiskundige logica leiden tot een vicieuze cirkel.

Er was meer kritiek op het gebruik van symbolen. In de 17e eeuw had de Britse filosoof Locke een sterke relatie gelegd tussen wiskunde en theologie als voorbeelden van zekere kennis. Aan het eind van de 18e eeuw had William Frend dit doorgetrokken naar de rol van wiskundige symbolen. Hij beweerde dat alle wiskundige waarheid berust op een nauwe relatie tussen de symbolen en de werkelijkheid; wiskundige symbolen hebben dus een relatie met de getallen waarmee we tellen in de wereld om ons heen. Omdat er geen negatieve objecten bestaan, ontkende Frend de mogelijkheid van negatieve getallen, een standpunt dat desastreus was voor de verdere ontwikkeling van de wiskunde.
In Cambridge had George Peacock hier iets op bedacht (1830). Hij maakte onderscheid tussen 'rekenkundige' en 'symbolische' algebra. Rekenkundige algebra sloot aan bij de gebruikelijke rekenkundige operaties waar ook Frend zich op beriep. Symbolische algebra daarentegen was een nieuwe en strikt formele wetenschap met symbolen en combinaties van symbolen, die met eigen regels is geconstrueerd. Als er geen acceptabele interpretatie van de symbolen te vinden was in de traditionele rekenkunde was dat geen probleem: men zou de interpretatie ook elders kunnen vinden.
Dit onderscheid verschafte De Morgan de basis voor zijn werk: hij kon nu werken met symbolen zonder zich zorgen te maken over problemen bij de toepassing in de rekenkunde. Boole ging in feite nog een stap verder: voor hem waren de symbolen geheel vrij van interpretatie. Ook Venn maakte zich niet druk om interpretaties: voor hem overheersten de consistentie en het gemak bij het werken met de symbolen.

Lewis Carroll hechtte ook veel waarde aan gemak en consistentie. Volgens hem kon iedere auteur zijn eigen regels kiezen, mits consistent met zichzelf en "de geaccepteerde feiten van de logica". Maar hij bepleitte ook de aansluiting bij het dagelijkse leven: symbolische logica mocht niet te ver af staan van het gewone volk.[8]
Carroll sloot met zijn logische werk in feite meer aan bij Cambridge dan Oxford en hij wisselde daarover regelmatig van gedachten met Cook Wilson. Carroll deed zijn best Cook Wilson te overtuigen van de juistheid van zijn standpunten. Maar op grond van de nog beschikbare correspondentie wordt duidelijk dat Cook Wilson geen hoge dunk had van Carrolls logische kwaliteiten.[9]

Logica voor iedereen

Carrolls opvatting over het gebruik van symbolen was in lijn met zijn visie op logica als een vak met toepassingen bij het oplossen van alledaagse problemen en niet slechts als een instrument voor wetenschappelijk onderzoek. Daarbij zag hij symbolische logica als een interessante, werkbare en zelfs eenvoudige variant van de traditionele logica.
Met zijn werken *The Game of Logic* en *Symbolic Logic* probeerde hij dan ook een breed publiek te bereiken. In de inleiding van *Symbolic Logic* verkondigde hij zelfs dat hij de eerste was die "dit fascinerende onderwerp" populariseerde.[10]

Nu waren er in de 19e eeuw wel eerder pogingen gedaan om logica te populariseren.
In 1843 publiceerde Whately *Easy Lessons on Reasoning*, een vereenvoudigde versie van zijn eerdere werk *Elements of Logic*, bedoeld voor een breder publiek en vooral schoolgaande kinderen.

Ik noem hier nog twee werken, die beide ook voorkwamen in Carrolls bibliotheek.[11]
In *Logic for the Million* uit 1851 deed James Gilbart een veel bekritiseerde poging tot popularisering van de logica. Hij ging uit van een breed concept van de logica, waarvoor hij zich op vele autoriteiten beriep, zonder veel samenhang.
Een bijzonder werk is *Picture Logic, or the Grave Made Gay* van Alfred James Swinburne (1887). Deze goed leesbare introductie in de traditionele logica was bedoeld voor studenten en is uniek vanwege de grote hoeveelheid illustraties en grappen.

Carrolls bewering dat hij de eerste was die "dit fascinerende onderwerp" populariseerde kan dus niet op logica in het algemeen slaan. Mede gelet op het feit dat hij bekend was met het werk van Gilbart en Swinburne, kunnen we wel concluderen dat hij met "dit fascinerende onderwerp" de symbolische logica bedoelde. Daarvoor was hij inderdaad de eerste. Bijzonder was daarbij ook dat hij niet een overzicht van de algemene stand van zaken van de logica gaf, maar zijn eigen logische theorie uiteenzette.

Latere ontwikkelingen in de logica

Het begin van de symbolische logica is zeker geen succesverhaal. In feite vonden filosofen de symbolische logica te wiskundig en vonden de wiskundigen haar te filosofisch.[12] De groep voorstanders van de symbolische logica was relatief klein. Carroll was zeker een van hen en hij was ervan overtuigd dat de symbolische logica, in welke vorm dan ook, de traditionele formele logica zou vervangen omdat de symbolische logica vele malen beter was.[13]

In feite viel Carrolls academische carrière vrijwel samen met de *breakdown* van de logica van Aristoteles en de opbloei van de Booleaanse algebraïsche logica. De technieken die hij introduceerde sloten aan bij die van Boole en Venn.

Maar tijdens de opbloei van de symbolische logica vond aan het eind van de 19e eeuw een meer ingrijpende vernieuwing van de logica plaats die leidde tot wat tegenwoordig 'mathematische logica' heet. Dit betekende trouwens niet het einde van de symbolische logica; in feite is de symbolische logica in de mathematische logica geïntegreerd.

Formeel wordt *Begriffschrift* uit 1879 van Gottlob Frege als startpunt gezien, maar de nieuwe ontwikkeling kwam pas echt op gang in het eerste decennium van de 20e eeuw toen Bertrand Russell Frege's tot dan toe onbekende werk onder de aandacht bracht en verder uitbouwde.
De symbolische logici hadden wiskunde (en vooral algebra) toegepast op de traditionele logica. De mathematische logici pasten logica toe op de wiskunde.
De mathematische logica beperkte zich niet tot een hulpmiddel om geldige en ongeldige redeneringen van elkaar te scheiden. Het idee dat uitspraken konden worden geanalyseerd in subject en predicaat werd verlaten. Daarvoor in de plaats kwam een systeem van wiskundige functies en argumenten dat de grondslag vormde van de wiskunde. Volgens Russell was er ook geen scheiding tussen wiskunde en logica omdat wiskunde een onderdeel was van de mathematische logica.[14]
Evenmin als de meeste van zijn Britse tijdgenoten besteedde Lewis Carroll aandacht aan het werk van Frege en er is geen aanwijzing dat hij ervan op de hoogte was.[15]
De ontwikkeling van de mathematische logica valt verder buiten het bestek van deze artikelenreeks.

Afsluiting

In dit artikel heb ik geprobeerd het logische werk van Lewis Carroll te plaatsen in de tijd waarin hij leefde en werkte. Dit was de periode waarin de symbolische logica werd ontwikkeld en Carroll was niet alleen een fervent aanhanger van de symbolische logica, hij leverde ook een eigen, herkenbare bijdrage.
Voor de symbolische logici was het eliminatie-probleem het centrale probleem van de logica en zij ontwierpen notaties en technieken om dit probleem aan te pakken. Dit zien we ook terug in het logische werk van Lewis Carroll. Twee van zijn bijdragen zijn bijzonder interessant omdat ze nog steeds terugkeren in de logische literatuur. Dat betreft zijn diagrammen en zijn *Method of Trees*. Deze vormen dan ook de onderwerpen van mijn volgende twee artikelen.

Voetnoten

[1] Belangrijke bronnen voor dit artikel zijn Bartley 1977, Copi 1968, Hobart & Richards 2008, Moktefi 2008, 2019a, 2019b.
[2] 'Lewis Carrolls belangstelling voor logica', Phlizz 1, https://lewiscarrollgenootschap.nl/2019/09/27/lewis-carrolls-belangstelling-voor-logica/
[3] Het bewijs uit het ongerijmde, ook wel 'reductio ad absurdum' genoemd, was afkomstig uit de wiskunde en werkt als volgt. Men neemt het tegenovergestelde aan van de stelling die men wil bewijzen; als die aanname leidt tot een tegenspraak, dan moet de aanname onwaar zijn en de ontkenning ervan (d.w.z. de stelling die men oorspronkelijk wilde bewijzen) dus waar.
[4] Zie McKerrow 1987.
[5] Zie Boole 1847. Overigens is niet alles wat tegenwoordig aan Boole wordt toegeschreven, ook daadwerkelijk van hem afkomstig. Zo is bij zoekopdrachten op het internet vaak sprake van zgn. Booleaans zoeken, met Booleaanse operatoren. Deze zijn in die vorm niet afkomstig van Boole zelf, doch zijn moderne interpretaties. Evenmin is hij verantwoordelijk voor wat tegenwoordig 'Booleaanse algebra' wordt genoemd [Corcoran 2003].
[6] Zie Gardner 1958.
[7] Zie Abeles 2019.
[8] Zie de volgende citaten in Carroll 1879:
"I maintain that every writer may adopt his own rule, provided of course that it is consistent with itself and with the accepted facts of Logic." (p.166)
En, over een door hem verworpen standpunt: "This view does not seem to involve any necessary contradiction with itself or with the accepted facts of Logic. But, when we come to *test* it, as applied to the actual *facts* of life, we shall find I think, that it fits in with them so badly that its adoption would be, to say the least of it, singularly inconvenient for ordinary folk." (p.167)
[9] Zie Moktefi 2019b.
[10] In de inleiding van *Symbolic Logic* noemt Carroll zijn werk "the very first attempt (with the exception of [his] own little book, *The Game of Logic*, published in 1886, a very incomplete performance) that has been made to *popularise* this fascinating subject." [Carroll 1896, p.xiv].
[11] Zie Moktefi 2017, p.38.
[12] Zie Grattan-Guinness 2011.
[13] "I have no doubt that Symbolic Logic (not necessarily *my* particular method, but *some* such method) will *some* day, supersede Formal Logic, as it is immensely superior to it: but there are no signs, as yet, of such a revolution." [Lewis Carroll, Letter to MacMillan 19 October 1895].
[14] Zie Grattan-Guinness 2011.
[15] John Venn heeft in 1880 een negatieve review voor *Mind* geschreven over Frege's *Begriffschrift*, eindigend met de woorden "I must confess that it seems to me cumbrous and inconvenient" [*Mind*, Vol. 4, No. 18, April 1880, p.297].

Literatuur

Bartley, William Warren III (ed.), 1977, *Lewis Carroll's Symbolic Logic*, New York: C.N. Potter.

Boole, George, 1847, *The Mathematical Analysis of Logic*, Cambridge: MacMillan, Barclay, & MacMillan.

Boole, George, 2003, *The Laws of Thought*, New York: Prometheus Books. Originally published in 1854 as *An Investigation of the Laws of Thought*.

Carroll, Lewis, 1887, *The Game of Logic*, London: MacMillan. Reprinted by Dover in 1958, together with *Symbolic Logic, Part I*.

Carroll, Lewis, 1896, *Symbolic Logic, Part I Elementary*, London: MacMillan. Reprinted by Dover in 1958, together with *The Game of Logic*.

Copi, Irving M., 1968, *Introduction to Logic*, London: The MacMillan Company.

Corcoran, John, 2003, 'Introduction', in Boole 2003, pp.vii-xxxv.

De Morgan, Augustus, 1847, *Formal Logic*, London: Taylor & Walton.

Flood, Raymond, Adrian Rice & Robin Wilson (eds.), 2011, *Mathematics in Victorian Britain*, Oxford University Press.

Gabbay, Dov M. & John Woods (eds.), 2008, *Handbook of the History of Logic, Volume 4: British Logic in the Nineteenth Century*, Amsterdam: Elsevier.

Gabbay, Dov et al., 2019, *Natural Arguments: A Tribute to John Woods*, London: College Publications.

Gardner, Martin, 1958, *Logic Machines and Diagrams*, The University of Chicago Press.

Gilbart, James, 1851, *Logic for the Million. A Familiar Exposition of the Art of Reasoning*, London: Longman, Brown, Green & Longmans.

Grattan-Guinness, Ivor, 2011, 'Victorian Logic. From Whately to Russell', in Flood, Rice & Wilson (eds.), 2011, pp.359-376.

Hobart, Michael E. & Joan L. Richards, 2008, 'De Morgan's Logic', in Gabbay & Woods, 2008, pp.283-329.

McKerrow, Raymie E., 1987, 'Richard Whately and the Revival of Logic in Nineteenth-Century England', *Rhetorica: A Journal of the History of Rhetoric*, Vol. 5, No. 2, pp.163-185.

Moktefi, Amirouche, 2008, 'Lewis Carroll's Logic', in Gabbay & Woods (eds.), 2008, pp.457-507.

Moktefi, Amirouche, 2017, 'Are Other People's Books Difficult to Read? The Logic Books in Lewis Carroll's Private Library', *Acta Baltica Historiae et Philosophiae Scientiarum*, Vol. 5, No. 1, pp.28-49.

Moktefi, Amirouche, 2019a, 'Logic', in Wilson & Moktefi (eds.), 2019, pp.87-120.

Moktefi, Amirouche, 2019b, 'The Shaping of Modern Logic', in Gabbay et al. (eds.), 2019, pp.503-528.

Swinburne, Alfred James, 1887, *Picture Logic, or the Grave Made Gay,* London: Longmans, Green, & Co.

Venn, John, 1881, *Symbolic Logic,* New York.

Whately, Richard, 1826, *Elements of Logic*, London: J. Mawman.

Whately, Richard, 1845, *Easy Lessons on Reasoning*, Boston: James Munroe & Co, First American from Second London Edition.

Wilson, Robin & Amirouche Moktefi (eds.), 2019, *The Mathematical World of Charles L. Dodgson (Lewis Carroll),* Oxford University Press.